



# دانشگاه زنجان

دانشکده مهندسی برق

پایان نامه کارشناسی

مهندسی برق - کنترل

عنوان:

طراحی و محاسبه سینوس و کسینوس به وسیله الگوریتم **Cordic** دانشگاه زنجان دانشکده مهندسی برق

دکتر شهرام محمدی

نگارنده:

مسعود سلیمانی کرانی

زمستان ۱۳۹۴





## چکیده

در این پروژه ما نحوه محاسبه توابع مثلثاتی سینوس و کسینوس با استفاده از الگوریتم Cordic را به طور

کامل شرح داده و به وسیله زبان توصیف سخت افزار (VHDL) به طراحی و پیاده سازی آن خواهیم پرداخت.

در ابتدا الگوریتم Cordic را معرفی نموده و نحوه محاسبه توابع مثلثاتی با بهره گیری از این روش شرح

داده خواهد شد. سپس با تجزیه و تحلیل مسئله و تعیین سخت افزارهای مورد نیاز، مراحل برنامه نویسی

قدم به قدم بیان خواهد شد. نتیجه کار به گونه ایست که با داشتن یک زاویه به عنوان ورودی، مقدار سینوس و

کسینوس زاویه مورد نظر در خروجی نمایش داده می شود.

## کلمات کلیدی:

Cordic, Rotation, Multiplexer, Shift Register, Look Up Table, Adder, Quartus, VHDL

## فصل اول

### مقدمه

#### ۱-۱- روشهای محاسبه‌ی توابع مثلثاتی

توابع نمایی مثلثاتی که در مراجع مختلف تحت عنوان‌های توابع متعالی، توابع اصلی، توابع عملی نام برده

شده‌اند نقش مهمی را در دستگاه‌های دیجیتال ایفا می‌کنند. از جمله این سیستم‌ها می‌توان سیستم‌های آزمایشگاه پروژه برق

گرافیک، سیستم‌های کنترل اتوماتیک، سیستم‌های ردیابی، پردازش تصویر، DFT، عمل فیلتر کردن، حل معادلات تفاضلی و ... را نام برد.

محاسبه‌ی مقدار توابع مثلثاتی به صورت دستی، پیچیده است؛ ولی امروزه به دلیل در دسترس بودن رایانه‌ها

و ماشین حساب‌های مهندسی که مقدار موردنیاز را برای هر زاویه‌ای به سادگی به دست می‌آورند، پیچیدگی

آن از بین رفته است. سه روش متداول برای محاسبه‌ی مقدار توابع مثلثاتی مورد استفاده است که عبارت‌اند

از بهره‌گیری از مقدارهای دقیق، روش سنتی جدول‌های مثلثاتی و روش نوین بهره‌گیری از رایانه.

برای بعضی از زاویه‌ها می‌توان مقدار دقیق توابع مثلثاتی را به دست آورد. برای نمونه، برای همه زاویه‌های

ضریب  $30^\circ$  مقدار توابع سینوس، کسینوس و تانژانت به صورت دقیق وجود دارد. نسبت‌های مثلثاتی زاویه  $30^\circ$

با اعمال رابطه تفاضل دو زاویه برای زاویه‌های  $18^\circ$  و  $15^\circ$  محاسبه می‌شوند ( $3 = 15 - 18$ ). نسبت‌های

مثلثاتی  $18^\circ$  درجه با بهره‌گیری از پنج ضلعی منتظم به دست می‌آیند. برای محاسبه نسبت‌های مثلثاتی  $15^\circ$

نیز می‌توان از اعمال رابطه نصف زاویه برای زاویه  $30^\circ$  استفاده کرد. پس از محاسبه نسبت‌های مثلثاتی زاویه

$30^\circ$ ، می‌توان مقادیر مربوط به زاویه‌هایی که ضریب آن هستند را با استفاده از روابط جمع دو زاویه و زاویه دو

برابر، به دست آورد.

برای محاسبه‌ی مقدار تابع برای هر زاویه‌ای، نخست باید زاویه را به یک بازه مشخص (مثلاً صفر تا  $\pi/2$ ) کاهش

داد. این کار با استفاده از خاصیت تناوب و تقارن توابع مثلثاتی انجام می‌شود.

پیش از رایانه‌ها، مردم عموماً مقدار توابع مثلثاتی را با درون‌یابی از داده‌های موجود در جدول‌های مثلثاتی به

دست می‌آوردند. این جدول‌ها پیشینه‌ای به دیرینگی تاریخ مثلثات دارند. معمولاً مقدارهای موجود در

جدول‌ها با استفاده‌ی پیاپی از اتحادهای نصف زاویه و مجموع دو زاویه، با آغاز از یک مقدار معلوم (مانند  $\sin(\pi/2) = 1$ ) به دست می‌آیند. برای نمونه، می‌توان جداول مثلثاتی سینوس و کسینوس خوارزمی را نام برد.

رایانه‌های نوین، شیوه‌های گوناگونی را به کار می‌گیرند. یک روش متداول، به‌ویژه روی پردازنده‌های سطح بالا، ترکیب یک تقریب چندجمله‌ای یا کسری (مانند تقریب چبیشف، تقریب پد و معمولاً برای دقت‌های بالاتر، سری تیلور و مک لورن) با کاهش بازه و نگاه به جدول است. (با استفاده از جدول، نزدیک‌ترین زاویه انتخاب می‌شود، سپس تصحیح با بهره‌گیری از چندجمله‌ای انجام می‌شود) دستگاه‌های دارای دقت پایین‌تر، معمولاً از الگوریتم CORDIC سود می‌برند.

## ۱-۲- معرفی تاریخچه‌ی الگوریتم کوردیک

الگوریتم CORDIC روش محاسباتی کارآمدی برای توابع نمایی و مثلثاتی می‌باشد. این الگوریتم ابتدا توسط Volder در سال ۱۹۵۹ معرفی شد. ای الگوریتم قادر به محاسبه Sine، Cosine، arctang، ضرب و تقسیم با استفاده از عملیات شیفت و جمع بود. این الگوریتم توسط Walter به توابع نمایی، لگاریتمی و جذر تعمیم داده شد.

روش دیگری برای محاسبه توابع نمایی، لگاریتمی و جذر ارائه دارد که این روش نیز مبتنی بر روابط تکرار، شیفت و جمع می‌باشد و از لحاظ سخت‌افزاری ساده‌تر می‌باشد. مزیت این دو الگوریتم سادگی پیاده‌سازی سخت‌افزاری نسبت به روش‌های دیگر می‌باشد اما روش‌هایی ارائه شده است که از لحاظ سرعت الگوریتم‌ها را بهبود می‌بخشد.

در این پایان‌نامه تابع نمایی بر اساس روش همگرایی Chen با تغییرات مختصری برای محاسبات به صورت BCD روی یک مدار مجتمع دیجیتال که به صورت نرم‌افزاری قابل برنامه‌ریزی می‌باشد پیاده‌سازی می‌شود. این مدار مجتمع FPGA نام دارد. با گسترش روزافزون علم الکترونیک و بالا رفتن سطح مجتمع‌سازی در زیر میکرن کارایی این مدارات مجتمع بیشتر شده است.

دانشجویان محترم:

جهت دسترسی به متن کامل پایان نامه‌ها به کتابخانه دانشکده مهندسی و یا آزمایشگاه پروژه گروه برق مراجعه فرمایید.

## مراجع

[۱] مختاریف، علی: طراحی و پیاده‌سازی مدارات محاسبه توابع متعالی با کارایی بالا در مبنای ده،

کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد واحد دزفول، ۱۳۸۹.

[۲] خیاط زاده، علی: یک روش جدید برای محاسبه تبدیل کسینوسی گسسته دو بعدی. دومین

کنفرانس‌سماشین بینایی و پردازش تصویر: بهمن ماه ۱۳.

[3] Xiangping Meng, Yan Gao. Electric Systems Analysis [M]. Beijing: Higher Education Press, 2004. 3-21.

[4] Nie Yi. The Analyses and Compensating of the Time Error SCM Timer In Error[J]. Control and Automation, 2002, (4).